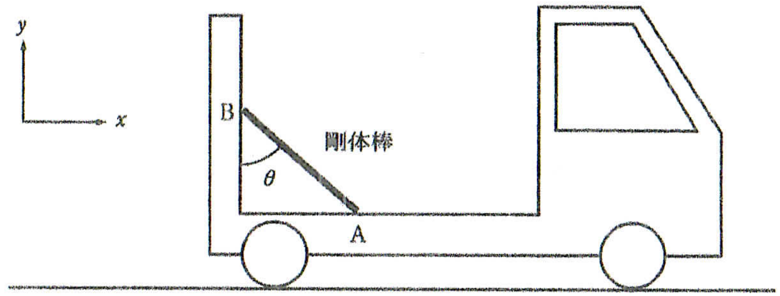
〔1〕 図のように，長さL，質量Mの細く一様な剛体棒が，トラックの荷台後部の鉛直面に立てかけてある。水平方向にx軸，鉛直方向にy軸を，図のようにとる。荷台の鉛直面はなめらかで，棒との間に摩擦力ははたらかない。荷台の水平面はあらく，棒との間に摩擦力がはたらく。棒はxy平面内にあり，荷台の鉛直面と角度θ（$0<\theta<\frac{\pi}{2}$）をなしている。棒が荷台の水平面に接する点をAとし，Aにおいて棒が荷台から受ける垂直抗力の大きさをN_A，摩擦力の大きさをF_Aとする。また，棒が荷台の鉛直面に接する点をBとし，Bにおける垂直抗力の大きさをN_Bとする。棒と荷台の水平面の間の静止摩擦係数をμ，重力加速度の大きさをgとする。道路は水平として，以下の問いに答えよ。



最初，トラックは道路上に停止していた。このとき，棒は静止していた。

問 1　棒にはたらく力のつりあいの式を，水平成分および鉛直成分それぞれについて，F_A，N_A，N_B，M，gのうちの必要なものを用いて表せ。

問 2　点Aのまわりの，棒にはたらく力のモーメントのつりあいの式を，N_B，θ，L，M，gのうちの必要なものを用いて表せ。

問 3　棒が動かないためのθの最大値をθ_mとする。$\tan\theta_m$を，L，M，g，μのうちの必要なものを用いて表せ。

次に，停止していたトラックは，一定の大きさa_1（$a_1>0$）の加速度で前方（x軸の正の向き）に動きだした。このとき，棒は荷台に対して動かなかった。以下の問4から問8では，$0<\theta\leqq\theta_m$とする。

問 4　N_BとF_Aを，a_1，θ，L，M，gのうちの必要なものを用いて，それぞれ表せ。

問 5　棒が荷台に対して動かないためには，a_1と$\tan\theta$の間に，ある関係がなければならない。この関係を，a_1，θ，L，M，g，μのうちの必要なものを用いて，不等式で表せ。

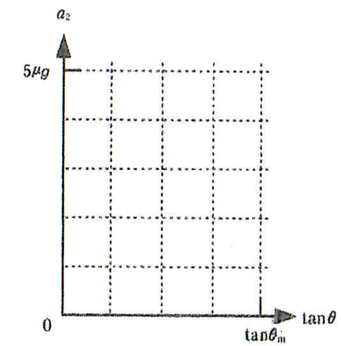
その後，トラックは一定の加速度で減速を始めた。この加速度の大きさをa_2（$a_2>0$）とする。減速中，棒は荷台に対して動かなかった。

問 6　N_BとF_Aを，a_2，θ，L，M，gのうちの必要なものを用いて，それぞれ表せ。

問 7　棒が荷台に対して動かないためには，a_2と$\tan\theta$の間に，ある関係がなければならない。この関係を，a_2，θ，L，M，g，μのうちの必要なものを用いて，不等式で表せ。ただし，いくつかの不等式を用いて表してもよい。結果だけでなく考え方も簡潔に記せ。

問 8　問7で求めた，a_2と$\tan\theta$の関係を満たす領域を，解答欄のグラフに斜線で描け。

〔解答欄〕



〔2〕 極板の面積がA，間隔がhで，極板間が真空の平行板コンデンサーの電気容量は，極板の端の影響を無視すると，$\dfrac{\varepsilon_0 A}{h}$で与えられる。ここで$\varepsilon_0$は真空の誘電率である。

図に示すように，面積がAの4枚の薄い金属板K，L，M，Nが，端をそろえて真空中にお互いに平行に置かれている。金属板KN間の距離をD，金属板LM間の距離を$d\,(d<D)$とする。金属板には，抵抗，スイッチS1，S2，および内部抵抗の無視できる電池B1，B2が図のように接続されている。電池B1の起電力は$V\,(V>0)$である。最初の状態ではスイッチS1，S2は開いていた。そのとき，金属板K，L，M，N上の電気量はそれぞれ0で，すべての金属板の電位は等しかった。金属板の端の影響は無視できる。隣りあう金属板間に生じる電界（電場）はそれぞれ一様であるとして，以下の問いに答えよ。

スイッチS1を閉じると抵抗が発熱し，しばらくすると発熱はとまった。このとき，金属板Lにたくわえられた電気量はq，金属板Mにたくわえられた電気量は$-q$となった。

問 1 qを，V，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて表せ。

問 2 金属板LM間の電界の強さを，q，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて表せ。

問 3 金属板LM間にたくわえられたエネルギーを，V，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて表せ。

問 4 抵抗で発生した熱量を，V，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて表せ。

次に，スイッチS1を開いてからスイッチS2を閉じたところ，金属板Kにたくわえられた電気量は$Q\,(Q>0)$に，金属板Nにたくわえられた電気量は$-Q$になった。

問 5 このとき，金属板KL間，および金属板LM間の電界の強さを，Q，q，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて，それぞれ表せ。

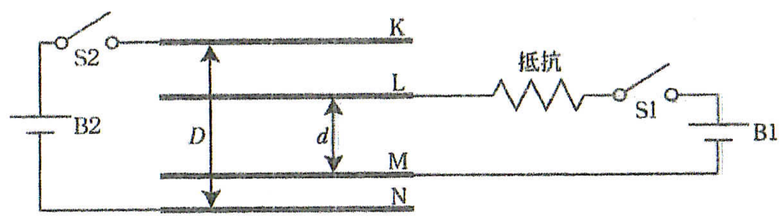
問 6 電池B2の起電力を，Q，q，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて表せ。

次に，スイッチS2を開いてからスイッチS1を閉じた。しばらくすると，金属板Lにたくわえられた電気量はq'に，金属板Mにたくわえられた電気量は$-q'$になった。

問 7 q'をQ，q，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて表せ。

最後に，スイッチS1を閉じたままスイッチS2を閉じた。しばらくすると，金属板Kにたくわえられた電気量はQから$Q+\Delta Q$になり，金属板Lにたくわえられた電気量はq'から$q'+\Delta q'$になった。また，金属板Mにたくわえられた電気量は$-q'-\Delta q'$に，金属板Nにたくわえられた電気量は$-Q-\Delta Q$になった。

問 8 ΔQと$\Delta q'$を，V，Q，A，D，d，ε_0のうちの必要なものを用いて，それぞれ表せ。



〔3〕 図1のように，振動数f_0の音を発する音源が，O点で静止している観測者に向かって，一定の速さvでまっすぐに進んでいる。音源は，時刻$t=0$にA点を通過し，時刻$t=\Delta t\ (\Delta t>0)$にA′点を通過した。無風状態での音速をcとして，風の状態が以下のⅠ，Ⅱ，Ⅲそれぞれの場合に，観測者が聞く音の振動数を考えよう。以下の文中の $\boxed{}$ に適切な数式を書き入れよ。ただし，音源の移動する速さv，風速wは，ともに音速cに比べて十分に小さいものとする。

Ⅰ　まず，風のない状態($w=0$)について考えよう。A点で時刻$t=0$に発した音の波面は，時刻$t=t_1$にO点に達した。また，A′点で時刻$t=\Delta t$に発した音の波面は，時刻$t=t_1+\Delta t_1$にO点に達した。時間Δtの間に音源が発した音を時間Δt_1の間に観測者が聞くので，観測者が聞く音の振動数f_1は，f_0，Δt，Δt_1を用いて，$f_1=\boxed{(1)}$と表される。AO間の距離dは$d=ct_1$，A′O間の距離d'は$d'=c(t_1+\Delta t_1-\Delta t)$で与えられる。したがって，$\dfrac{\Delta t}{\Delta t_1}$は，$v$，$c$を用いて，$\dfrac{\Delta t}{\Delta t_1}=\boxed{(2)}$と表される。これらのことから，観測者が聞く音の振動数f_1は，v，c，f_0を用いて，$f_1=\boxed{(3)}$と表される。

Ⅱ　図2のように，突然，風が$\overrightarrow{AO}$の向きに吹き始める場合について考えよう。時刻$t=0$では風は吹いていなかった。A点で時刻$t=0$に発した音の波面がO点に達する前のある時刻$t=t_0$に，速さwの風が，$\overrightarrow{AO}$の向きにすべての場所でいっせいに吹き始めた。その後，この音の波面は，時刻$t=t_2\ (t_2>t_0)$にO点に達した。また，風が吹き始める前の時刻$t=\Delta t\ (\Delta t<t_0)$に音源はA′点を通過し，A′点で発した音の波面は，時刻$t=t_2+\Delta t_2$にO点に達した。このとき，AO間の距離dは，t_0，t_2，w，cを用いて，$d=\boxed{(4)}$と表され，A′O間の距離d'は，t_0，t_2，Δt，Δt_2，w，cを用いて，$d'=\boxed{(5)}$と表される。したがって，$\dfrac{\Delta t}{\Delta t_2}$は，$v$，$w$，$c$を用いて，$\dfrac{\Delta t}{\Delta t_2}=\boxed{(6)}$と表される。これらのことから，観測者が聞く音の振動数f_2は，v，w，c，f_0を用いて，$f_2=\boxed{(7)}$と表される。

その後，音源がO点を通過する前に，O点の観測者が聞く音の振動数はf_2からf_2'に変化した。振動数f_2'は，v，w，c，f_0を用いて，$f_2'=\boxed{(8)}$と表される。

Ⅲ　図3のように，速さwの一様な風が常に真横に吹いている場合について考えよう。A点で時刻$t=0$に発した音の波面は，時刻$t=t_3$にO点に達した。そのときの波面を表す円の一部が図3に示されている。この円の中心をB点とする。AB間の距離sは，t_3を含んだ式で，$s=\boxed{(9)}$と表される。また，BO間の距離s'は，t_3を含んだ式で，$s'=\boxed{(10)}$と表される。このとき，AO間の距離dは，t_3，w，cを用いて，$d=\boxed{(11)}$と表される。音源は，時刻$t=\Delta t$にA′点を通過し，A′点で発した音の波面は，時刻$t=t_3+\Delta t_3$にO点に達した。したがって，$\dfrac{\Delta t}{\Delta t_3}$は，$v$，$w$，$c$を用いて表され，これらのことから，観測者が聞く音の振動数f_3は，v，w，c，f_0を用いて，$f_3=\boxed{(12)}$と表される。

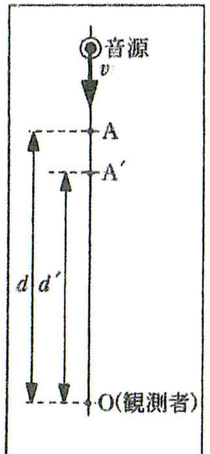


図1

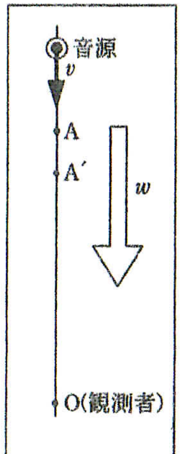


図2

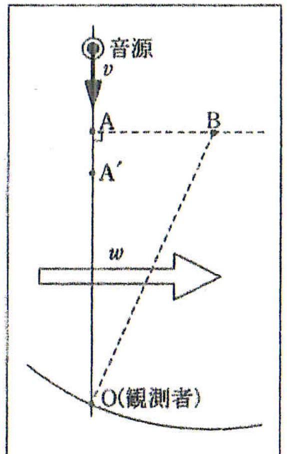


図3